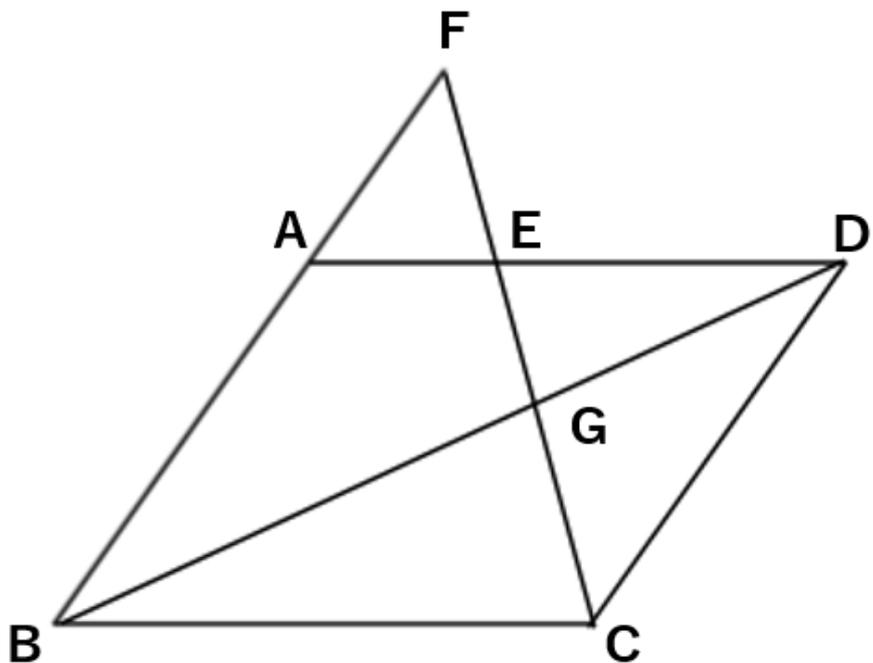


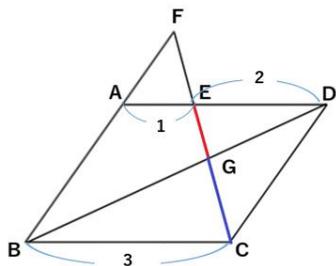
下の図の□ABCDで、点Eは辺ADを1:2に分ける点です。  
 また、点FはBAとCEをそれぞれ延長した直線の交点で、  
 点GはBDとCFの交点です。



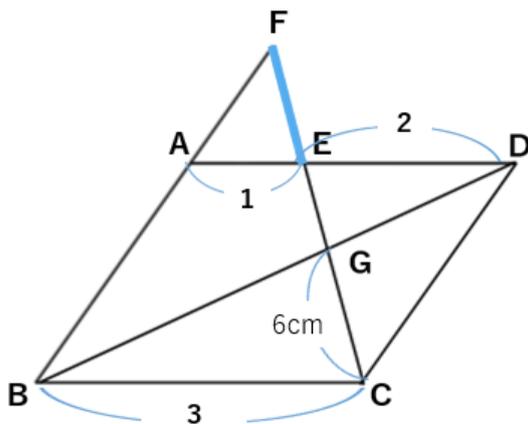
- (1) EG : GC を求めなさい。
- (2) GC=6cm のとき、EF の長さを求めなさい。
- (3) △AEF と △CDG の面積の比を求めなさい。

(1) は、問題文の「点Eは辺ADを1:2に分ける」を利用すると、  
 AE:ED=1:2となる。この式から、1+2=3でED:AD=2:3。  
 ABCDは平行四辺形なので、ADに対応する辺BCも比は等しい。  
 これにより、ED : BC=2 : 3と考えられる。

つまり、この図のような関連性になる。



ここでは△DEGと△BCGの相似を活用する。  
 対頂角が等しいので∠EGD=∠CGB  
 錯角は等しいので∠EDG=∠CBG  
 2組の角がそれぞれ等しいので△DEGと△BCGは相似。  
 相似な三角形の対応する辺の比は相似比に等しいので、  
2 : 3 = EG : GCになる。



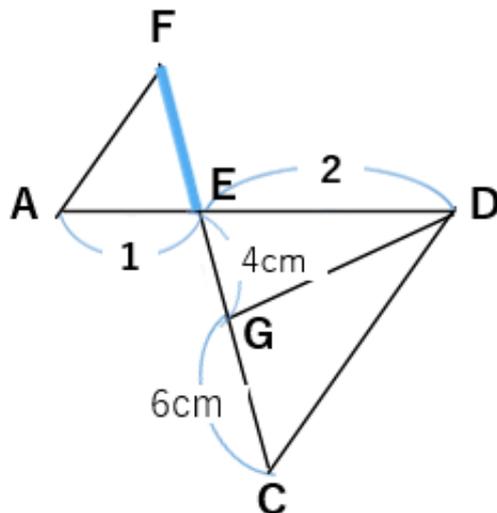
(2)は、GCが6cmと仮定するときのEFの長さを求める問題。

今回は、 $\triangle AFE$ と $\triangle DCE$ の相似を活用する。  
 対頂角が等しいので $\angle AEF = \angle DEC$   
 錯角は等しいので $\angle EFA = \angle ECD$   
 2組の角がそれぞれ等しいので、  
 $\triangle AFE$ と $\triangle DCE$ は相似になる。  
 ※「cm」がついていないところは比。

ここからは今求めた相似と、(1)で求めた比を活用する。  
 $\triangle AFE$ と $\triangle DCE$ の相似比は、上の図の通り1:2になる。  
 EFに対応する辺がCEなので、 $EF = \frac{1}{2}CE$ となる。  
 CEの長さを解くためには、(1)で求めた $2:3 = EG:GC$ を利用する。  
 仮定のGC=6cmをこの比の式に代入すると、  
 $2:3 = x:6$ となる。計算するとxは4となる。  
 つまり、「 $4:6 = EG:GC$ 」となり、EGは4cmになる。  
 こうなれば、 $4+6=10$ でCEは10cmとなる。

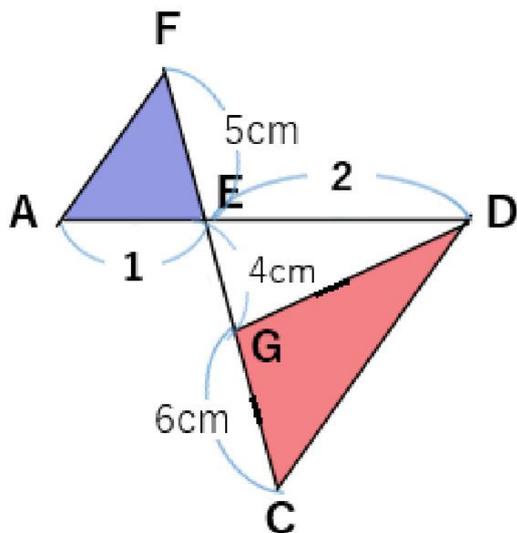
ここで終わってはいけない。まだ肝心のFEを求めている。  
 先ほど求めた $EF = \frac{1}{2}CE$ に、CE=10cmを代入すれば、  
 EFは5cmとなる。

↓理解しやすいようにまとめておく



結論を言うとうこうなる。  
 EGの長ささえ求めてしまえば、  
 あとは2分の1すれば終わる。  
 (図は一部カット)

EGの長さを求めるのには、



(3)は、わかりやすく言うと、  
左の図の色がついている部分の比を求めろ、  
ということ。(図は一部カット)

まず注意するのは、相似な図形の面積比は  
相似比の二乗になることを最近習ったが、  
この場合色がついているところを見ると、  
全く相似ではない。なので二乗は使わない。

一見複雑でも解き方は意外と単純で、 $\triangle AEF$  と  $\triangle DCG$  の面積を求めて比べればいい。  
ただし、少し紛らわしいのだが、今だけ比の「1」「2」は仮の長さとしても扱っても  
問題はない。計算すれば答えは一緒になるし、実際の長さは今は求められないため。

$\triangle AEF$  は、そのまま  $5 \times 1 \div 2$  で 2.5 (2分の5)。

$\triangle DCG$  は、 $\triangle DCE$  の面積から  $\triangle DGE$  (白い部分) を引くと求められる。

$\triangle DCE$  の面積は、 $10 \times 2 \div 2$  で 10。ここから  $\triangle DGE$  の面積を求めて引く。

$\triangle DGE$  は、 $4 \times 2 \div 2$  で 4。  $10 - 4 = 6$  で、 $\triangle DCG$  は 6cm になる。

$2.5 : 6$  を計算すると、 $5 : 12$  となる。

よって  $\triangle AEF$  と  $\triangle CDG$  の面積の比は  $5 : 12$  になる。

答えまとめ

(1)  $2 : 3$

(2) 5cm

(3)  $5 : 12$